

2008-2009 EĞİTİM-ÖĞRETİM YILI AYDIN ATATÜRK ANADOLU LİSESİ
12/B SINIFI MATEMATİK DERSİ 1.DÖNEM 1. YAZILI SINAVI SORULARI

ADI-SOYADI:

NO:

ALDIĞI NOT:

1. $A=[-3,4]$ olmak üzere, $f: A \rightarrow R$, $f(x) = 2 \cdot |x| + 1$ fonksiyonu tanımlanıyor. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesinin aralığını bulunuz.

$$\begin{aligned} -3 \leq x \leq 4 \quad \text{ise} \quad 0 \leq |x| \leq 4 \\ 0 \leq 2 \cdot |x| \leq 8 \\ 1 \leq 2 \cdot |x| + 1 \leq 9 \\ 1 \leq f(x) \leq 9 \end{aligned} \quad \begin{matrix} [1, 9] \\ \uparrow \end{matrix}$$

2. $f\left(\frac{mx-n}{nx-m}\right) = 50 \cdot x^{50} + 49 \cdot x^{49} + 48 \cdot x^{48} + \dots + 2 \cdot x^2 + x + 1$ olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{mx-n}{nx-m} = 1 \\ mx-n = nx-m \\ mx-nx = n-m \\ x(m-n) = n-m \\ x = -1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x = -1 \text{ için } f(1) &= 50 \cdot (-1)^{50} + 49 \cdot (-1)^{49} + 48 \cdot (-1)^{48} + \dots + 2 \cdot (-1)^2 + (-1) + 1 \\ &= \frac{50-49}{1} + \frac{48-47}{1} + \dots + \frac{2-1}{1} + 1 \\ &= 25 \cdot 1 + 1 \\ &= 26 \end{aligned}$$

3. $f: R - \{6\} \rightarrow R - \{-3\}$ de tanımlı $f(x) = \frac{ax+5}{3x-b}$ fonksiyonu bire bir ve örtendir.

Buna göre, $a+b$ toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} x=6 \text{ için } 3 \cdot 6 - b = 0 \\ b = 18 \end{aligned} \quad \begin{aligned} f^{-1}(x) &= \frac{bx+5}{3x-a} \\ x=-3 \text{ için } 3 \cdot (-3) - a &= 0 \\ a &= -9 \end{aligned} \quad \begin{aligned} a+b &= -9 + 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

4. $f(x) = (a+b)x^3 + (a-3)x^2 + (b+1)x + b - 1$ fonksiyonu orijine göre simetrik olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

tek fonksiyon

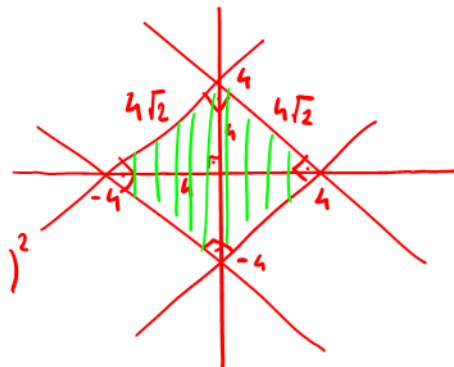
$$\begin{aligned} a-3 &= 0 \\ a &= 3 \\ b-1 &= 0 \\ b &= 1 \end{aligned} \quad \begin{aligned} f(x) &= 4x^3 + 2x \\ f(1) &= 4 + 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

5. $|x-y| \leq 4$ ve $|x+y| \leq 4$ bağıntılarının grafiklerinin sınırladığı kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

$$-4 \leq x-y \leq 4$$

$$-4 \leq x+y \leq 4$$

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= (4\sqrt{2})^2 \\ &= 32 \end{aligned}$$



6.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + 1} - \sqrt{x^2 - x}}{2x - 1}$ değeri kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 \left(27 + \frac{1}{x^3}\right)} - \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{x \cdot \sqrt[3]{27 + \frac{1}{x^3}} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{x \left(\sqrt[3]{27 + \frac{1}{x^3}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right)}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)}$$

$$= \frac{3+1}{2} = \frac{2}{2} = 2$$

7.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 8x + 1} - \sqrt{4x^2 - 2x} \right)$ değeri kaç eşittir?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4} \cdot \left| x - \frac{8}{8} \right| - \sqrt{4} \cdot \left| x - \frac{2}{8} \right| \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2(x-1) - 2\left(x - \frac{1}{4}\right) \right)$$

$$= 2x - 2 - 2x + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \cdot \tan \frac{\pi x}{4}$ limitinin değeri kaçtır?

$$= \lim_{t \rightarrow 0} t \cdot \tan \frac{\pi}{4} (t+2) = \lim_{t \rightarrow 0} t \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{2} \right) = \lim_{t \rightarrow 0} t \cdot (-\cot \frac{\pi t}{4})$$

$x-2 = t$ için $x = t+2$

$x \rightarrow 2$ iken $t \rightarrow 0$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t}{\tan \frac{\pi t}{4}} = \frac{-1}{\frac{\pi}{4}} = -\frac{4}{\pi}$$

9.

$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{\cos x}{x}}$ değeri kaçtır? $= 1^\infty$ belirsizliği

değeri kaçtır?

$\lim_{x \rightarrow 0} \tan x = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = \infty$ } ise

$$e^{\lim_{x \rightarrow 0} \tan x \cdot \frac{\cos x}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\cos x}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot 1} = e^1 = e$$

10.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2} \sin x \cdot \sin 2x}{2x^4}$ limitinin değeri kaçtır?

$$= \frac{\sin^2 x - \frac{1}{2} \sin x \cdot 2 \sin x \cos x}{2x^4} = \frac{\sin^2 x \cdot (1 - \cos x)}{2x^4} = \frac{\sin^2 x \cdot (1 - \cos x)}{2x^4}$$

limitinin değeri kaçtır?

$$= \frac{\sin^2 x \cdot \sin^2 \frac{x}{2}}{2x^2 \cdot x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\left(\frac{\sin x}{x} \right)}_1 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \right)^2}_{\frac{1}{2}} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$