

# Matematik ve Özgürlük

Ali Nesin

Hareketlerimizde ve aldığımız kararlarda gerçekten özgür müyüz? Yoksa ayırımına varmadığımız bir gücün, örneğin bir takım alışkanlıkların etkisi altında mıyız? Birkaç örnek verdikten sonra konuya matematiksel (ve biraz da kaçınılmaz olarak felsefi) yönden eğileceğim.

**Dört İstek.** Konuya girmeden önce sizden birkaç isteğim olacak:

1. Ayağa kalkın, varsa kol saatinizi masanın üstüne koyun ve bileğinizi tutun.
2. El tırnaklarınıza bakın.
3. Ayağa kalkıp topuğunuza bakın.
4. Eşinizle, nişanınızla, sözlünüzle, karşı cinsten sevdiğiniz biriyle elele tutuşup biraz yürüyün.

Şimdi size ne yaptığınızı söyleyeceğim:

1. Sol bileğinizi tuttunuz.
2. Eğer erkekseniz, tırnaklarınıza bakmak için parmaklarınızı avcunuzun içine kıvırdınız. Eğer kadınsanız, parmaklarınızı yayıp elinizin sırtına baktınız.
3. Eğer erkekseniz topuğunuza bakmak için öne eğildiniz. Eğer kadınsanız topuğunuzu arkadan kaldırıp arkaya doğru eğildiniz.
4. Eğer erkekseniz sevdiğinizin elini önden kavramışsınızdır, yani elinizin sırtı yürüdüğünüz yöne bakar. Eğer kadınsanız, avcunuz yürüdüğünüz yöne bakar ve erkek avcunuzu önden kavramıştır.

Büyük bir olasılıkla tahminlerim doğru çıkmıştır. Bu tahminlerim sizi şaşırtmamış olabilir. Örneğin, insanlar genellikle sağak olduklarından, sol bileklerini tuttıklarını anlamışsınızdır. Amacım kimseyi şaşırtmak değildi zaten. Amacım, rastgele gibi gelebilecek seçimlerin kimileyin bir kurala uyduklarını göstermekti.

Yıllar önce erkeklerin cigarayı ağızlarının solunda, kadınlarınsa sağında tuttıklarını duymuştum. Gözlemlerim de bu yöneydi.

Uygulamada hiçbir işe yarayacağına inanmadığım bu gözlemlerden sonra uygulamaya geçirilebilecek bir örnek vereyim.

**Tüketici Psikolojisi.** Yıllar önce Amerika'da tüketici psikolojisiyle ilgili bir gazete yazısı okumuştum. Birbirine hemen hemen eşdeğer olan iki tüketim maddesini ele almış araştırmacılar. Örneğin **The New York Times** ve **The Washington Post** gibi iki ciddi gazete, **Time** ve **Newsweek** gibi iki haftalık haber dergisi, **Pepsi Cola** ve **Coca Cola** gibi iki gazlı içit, **Playboy** ve **Penthouse** gibi iki aylık "erkek dergisi"... Birbirine çok benzeyen bu iki ürünü bir dükkânda, ortalık bir yerde sergilemişler. Ancak iki üründen birinden yüzlerce, öbüründense on – yirmi tane kadar, yani az sayıda sergilemişler. Ürünler satıldııkça yerine yenilerini koymuşlar. Gün sonunda, çok sayıda sergilenen ürünün daha çok satılmış olduğu saptanmış.

Amerika için geçerli olan bu gözlem bir başka ülke için geçerli olmayabilir. Örneğin, Türkiye'de bunun tam tersi olabilir, "kalmayacak" korkusuyla insanlar az sergilenen ürünü daha çok alabilirler. Hatta deneyin sonucu şehirden şehire, yaş grubundan yaş grubuna göre bile değişebilir. Gene de, bu deneyden, aynı ortamda yetişmiş ve aynı ortamda yaşayan insanların davranışlarının ve kararlarının birbirine benzediği ortaya çıkıyor. Zaten böyle benzeşme olmasaydı toplumbilim diye bir bilim olmazdı sanırım.

**En Çok Tutulan Sayılar.** Çocukların oynadıkları bir oyun vardır. İki çocuktan biri, örneğin, 1’le 100 arasında bir sayı tutar. Öbür çocuk, “50’den büyük mü”, “68’le 83 arasında mı” gibi sorular sorarak tutulan sayıyı bulmaya çalışır. Sonra, roller değişir, bu kez öbür çocuk 1’le 100 arasında bir sayı tutar. Tutulan sayıyı en çabuk bulan çocuk oyunu kazanır.

Bu oyunun stratejisi oldukça açıktır: sayılar ortadan ikiye bölünür. Örneğin ilk soru 50’den büyük mü” olabilir. Eğer yanıt evetse, ikinci soru “75’ten büyük mü” olabilir... Bu yöntemle, tutulan sayı en çok 7 soruda bulunur.

Ama diyelim ki çocuklardan biri öbür çocuğun yüzde 90 olasılıkla 40’la 60 arasında bir sayı tuttuğunu biliyor. O zaman ilk sorusu “40’la 60 arasında mı” olursa, oyunu kazanma olasılığı artar.

Yıllar önce, bir dersimde, hangi sayının yüzde kaç olasılıkla tutulduğu bilindiğinde bu oyunun en iyi stratejisinin nasıl bulunduğunu anlatacaktım. Derse biraz tat vermek için sınıfa bir şapkayla girdim. Öğrencilerden küçük bir kâğıda 1’le 10 arasında bir sayı yazıp şapkaya atmalarını istedim. Anlatacağım konuyu daha önce bilmediklerinden bu isteğime bir anlam veremediler ama yerine getirdiler. Yüzelli dolayında öğrenci vardı sınıfta. Her sayının seçilme olasılığı 1/10 olduğundan, her sayı aşağı yukarı 15 kez seçilmeliydi. Bunu öğrencilerime anlattım. Kimse karşı çıkmadı, herkes aynı düşüncede idi.

– Ama, diye ekledim, göreceğiz ki, en çok 7 seçilecek!

Şapkayı bir masaya boşalttık. Bir öğrenci seçilen sayıları teker teker okudu. Ben de bu sayıları karatahtaya yazdım. Tahmin ettiğim gibi öğrencilerin (aklımda yanlış kalmadıysa) aşağı yukarı yüzde otuzu 7’yi seçmişti. Yüzde ondan çok daha büyük bir yüzde...

Hangi sayının hangi sıklıkta seçildiğini gözlemledikten sonra 1’le 10 arasında tutulan bir sayıyı bulma oyununun en iyi stratejisini bulduk.

Bir başka ülkede başka sonuç bulunabilir. Ama sanırım aynı ortamda, benzer koşullarda yetişmiş insanlar kimi sayıları öbür sayılara yeğleyeceklerdir.

Diyelim size benzeyen insanlar arasında (aynı yaş grubundan, benzer eğitimden geçmiş, aynı cinsiyetten insanlar arasında) bir anket yapılıyor. Bu insanlardan 8 ve 9 rakamlarından birini seçmeleri isteniyor. Diyelim bu insanların yüzde 80’i 9’u seçti. Bundan sizin de büyük bir olasılıkla 9’u seçeceğiniz çıkmaz mı?

İnsanlara sorulan soru, “kendinizi pencereden atacak mısınız” olsa, elbet çoğunluk “hayır” yanıtını verir. Ama insanlardan istenen iki sayıdan birini seçmeleri. İnsanların bir sayıyı öbürüne yeğlemeleri için görünürde bir neden yok. Ama sayılardan biri öbürüne yeğleniyor. Bu durumda özgür olduğumuz söylenebilir mi?

**Newcomb’un Oyunu.** 1960’da Amerikalı fizikçi William Newcomb şu oyunu ortaya atar: Önünüzde içini göremediğiniz iki kapalı kutu duruyor. Birinci kutuda 100 bin lira var. İkinci kutu ya boş ya da içinde 100 milyon lira var. İki seçeneğiniz var:

1) Her iki kutuyu birden açabilirsiniz ve kutularda bulduğunuz paralar sizin olur.

2) Salt ikinci kutuyu açabilirsiniz. Kutuda para varsa (100 milyon lira) parayı cebinize atarsınız.

Hangi seçeneği seçmelisiniz? İki kutuyu birden mi, yoksa salt ikinci kutuyu mu açmalısınız?

İki kutuyu birden açmalısınız elbet. Bunun hiçbir zararı olmadığı gibi yararı da vardır. İkinci kutuda para olsa da olmasa da, her iki kutuyu birden açarak, ikinci kutunun içindeki paradan başka, birinci kutudaki 100 bin lirayı da kazanırsınız. Hiç nedensiz 100 bin lira reddetmek doğru olmaz. Bunun pintilikle bir ilgisi yok. Mantıkla ilgisi var.

Ama Newcomb'un oyunu bu kadarla kalmıyor. Newcomb bize bir bilgi daha veriyor. **Bir gün önce**, geleceği yüzde doksan doğrulukta görebilen olağanüstü yetili bir varlık, hangi seçeneği seçeceğinizi öngörüyor. Salt ikinci kutuyu açacağınızı öngörmüşse ikinci kutuya 100 milyon lira koyuyor. Her iki kutuyu birden açacağınızı öngörmüşse, ikinci kutuyu boş bırakıyor. Bu bilgiyle hangi seçeneği seçmelisiniz? Her iki kutuyu birden mi açmalısınız, yoksa salt ikinci kutuyu mu?

Geleceği görebilen olağanüstü varlık Tanrı olabilir. İllâ mükemmel bir Tanrı olması da gerekmez, yüzde 10 hata yapabilen bir Tanrı da olabilir. Ya da sizi çok iyi tanıyan biri olabilir, örneğin, anneniz, babanız, eşiniz, bir psikolog... Bu varlık, sizin böyle bir oyunda ne seçeceğinizi yüzde 90, yüzde 60, yüzde 51 olasılıkla öngörebilir.

Varlık'ın yüzde 90 doğru öngördüğünü varsayalım.

Bir an için, her iki kutuyu birden açtığımızı düşünelim. Varlık her iki kutuyu birden açacağımızı öngörmüşse, yalnızca 100 bin lira kazanırız. Ama Varlık öngörüsünde yanılmışsa, o zaman 100 milyon 100 bin lira kazanırız.

Salt ikinci kutuyu açtığımızı varsayalım şimdi de. Varlık salt ikinci kutuyu açacağımızı öngörmüşse 100 milyon lira kazanırız. Varlık öngörüsünde yanılmışsa, yani her iki kutuyu birden açacağımızı sanmışsa, hiç para kazanamayız.

Bunu Varlık'la oynadığımız bir oyun olarak görebiliriz. Oyunumuz iki hamlelik bir oyun. İlk hamleyi Varlık yapıyor. İkinci (ve son) hamleyi de biz. Oyunu bir şemayla gösterelim:

	Varlık iki kutuyu birden açacağımızı öngörüyor	Varlık salt ikinci kutuyu açacağımızı öngörüyor
İki kutuyu birden açıyoruz	100.000 TL	100.100.000 TL
Salt ikinci kutuyu açıyoruz	0 TL	100.000.000 TL

Bu oyunu nasıl oynarsınız? Varlık hamlesini yaptı. Sıra sizde... İki kutuyu birden mi açmalısınız, yoksa salt ikinci kutuyu mu<sup>1</sup>?

**Birinci Yanıt.** “İki kutuyu birden açsam, Varlık bunu büyük bir olasılıkla öngörmüş olacak, dolayısıyla yalnızca 100 bin lira kazanacağım. Ama salt ikinci kutuyu açsam, Varlık salt ikinci kutuyu açacağımı yüzde doksan olasılıkla öngörmüş olacağından büyük bir olasılıkla 100 milyon lira kazanacağım. Demek ki salt ikinci kutuyu açmalıyım.”

**İkinci Yanıt.** “Varlık öngörüsünü dün yaptı. Bugün alacağım karar ne bu öngörüğü ne de kutudaki paraları değiştirecek. Dolayısıyla istediğim kararı almakta özgürüm. Her iki kutuyu birden açarak ikinci kutudaki paradan başka (varsa elbet) birinci kutudaki 100 bin lirayı da cebime indiririm. Yukardaki oyun şeması da iki kutuyu almanın daha doğru olduğunu söylüyor zaten: birinci sıradaki sayılar ikinci sıradaki sayılardan daha büyük. İkinci kutuda para olsa da olmasa da, her iki kutuyu birden açarak daha çok para kazanırım.”

**Hangi Yanıt Doğru?** Filozoflar ve matematikçiler hangi yanıtın doğru olduğu konusunda anlaşamıyorlar. Her iki yanıt da savunulabilir.

<sup>1</sup> Hangi stratejiyi seçeceğimizi yazı–tura atarak karar versek ne olur? Nozick [12]'de problemi sunarken, Varlık yazı–tura atacağımızı öngörürse, ikinci kutuyu boş bırakacağını söylüyor.

**Beklenti.** Birinci yanıt “beklenti” ilkesine dayanıyor. Varlık’ın yüzde doksan doğru öngördüğünü varsayarak, her iki hamlemizin de beklentisini hesaplayalım. Önce her iki kutuyu da açtığımız duruma bakalım:

Beklentimiz bu durumda

$\times 100.000 +$ <b>Hata!</b> $\times 100.100.000 =$ $10.100.000$	%	olasılıkla Varlık iki kutuyu	100.000 lira
	90	birden açacağımızı öngörüyor ve	kazanıyoruz
	%	olasılıkla Varlık salt ikinci	100.100.000
	10	kutuyu açacağımızı öngörüyor ve	lira kazanıyoruz.

liradır. Şimdi salt ikinci kutuyu açtığımız duruma bakalım:

%	olasılıkla Varlık iki kutuyu	0	lira
10	birden açacağımızı öngörüyor	kazanıyoruz	
	ve		
%	olasılıkla Varlık salt ikinci	100.000.000	
90	kutuyu açacağımızı öngörüyor	lira kazanıyoruz.	
	ve		

Beklentimiz bu durumda

$$\mathbf{Hata!} \times 0 + \mathbf{Hata!} \times 100.100.000 = 90.000.000$$

liradır. İkinci beklenti birincisinden daha fazla olduğundan, ikinci seçeneği seçmeliyiz, yani salt ikinci kutuyu açmalıyız. Demek ki birinci yanıt doğrudur.

Varlık’ın doğru öngörme oranı, yüzde 90 gibi yüksek bir sayı olacağına yüzde 51 bile olsa, salt ikinci kutuyu açmanın beklentisi, her iki kutuyu da açma beklentisinden daha yüksek çıkar. Demek ki, Varlık’ın doğru öngörme oranı yüzde 50’den biraz yüksek bile olsa (yüzde 50,02498752’den büyükse), beklenti yöntemi salt ikinci kutuyu açmamız gerektiğini söylüyor.

**Üstünlük İlkesi.** İkinci yanıt üstünlük ilkesine dayanıyor: Oyunun şemasına bakalım. Bu şemada, birinci sıranın sayıları hemen alttaki sayılardan daha yüksek (daha **üstün**) olduğundan, her iki kutuyu birden açmalıyız. Her iki kutuyu açmak, yalnızca ikinci kutuyu açmaktan daha **üstün** bir stratejidir.

Bu stratejinin doğru olduğu şöyle de anlaşılabilir: Birinci kutu saydam olsun ve içindeki 100 bin lirayı görelim. İkinci kutunun arka tarafı saydam olsun. Kutuların arkasına güvendiğimiz bir arkadaşımızı koyalım. Eğer ikinci kutu boşsa, bu güvendiğimiz arkadaş birinci kutudaki 100.000 lirayı kazanmamızı istediğinden, her iki kutuyu birden açmamızı önerecektir. Eğer ikinci kutu boş değilse, bu arkadaş gene her iki kutuyu birden açmamızı isteyecektir, çünkü 100 milyon yerine 100 milyon 100 bin lira kazanmamızı isteyecektir.

Hatta hile yapıp kutuların içini gördüğümüzü varsayalım. İkinci kutunun içinde para olsa da olmasa da, daha çok para kazanmak için her iki kutuyu birden açmak isteriz. Hile yaparak iki kutuyu açmak gerektiğini anlamışsak, hile yapmadan da iki kutuyu birden açmak gerektiğini anlarız.

**Sonuç.** Dediğim gibi, hangi stratejinin doğru olduğu konusunda matematikçiler ve filozoflar anlaşamıyorlar. Kimine göre beklenti ilkesini uygulayıp iki kutuyu birden açmalıyız, kimine göreyse üstünlük ilkesini uygulayıp ikinci kutuyu açmalıyız. Kimi de, bu soruya ne beklenti yönteminin ne de üstünlük ilkesinin uygulanabileceğini savunuyor.

Genellikle hareketlerinde özgür olduklarına inanan insanlar her iki kutuyu birden açmanın en iyi strateji olduğunu düşünüyorlar. Örneğin Jean–Paul Sartre sağ olsa ve Sartre’ın yaşam arkadaşı Simone de Beauvoire bu oyunu Sartre’a oynatsa, özgür olduğuna inanan ve yapıtlarında bunu durmadan savunan Sartre, biraz düşününce her iki kutuyu birden açmak isteyecektir. Simone de Beauvoire, Sartre’ı iyi tanıdığından, Sartre’ın bu stratejiyi seçeceğini öngörecektir ve ikinci kutuyu boş bırakacaktır! Dolayısıyla özgür olduğuna inananlar (ve Varlık’a bunu belli edenler!) Varlık tarafından cezalandırılacaklardır!

“Öyle bir Varlık olamaz” demek çelişkiyi çözmez. Çünkü, geleceği yüzde doksan görebilen bir Varlık olmasa bile, bizi çok iyi tanıyan ve bu oyunu nasıl oynayacağımızı en az yüzde 51 olasılıkla öngörebilen bir insan vardır elbette.

**Ben Ne Düşünüyorum?** Bu oyunu oynayana dek, hangi stratejiden yana olduğumdan pek emin değildim. Oyunu bir kez oynadım (bu yazıyı yazdıktan ve bu kitabın ikinci basımından çok daha sonra). Ben “Tanrı” oldum ve çok yakın bir arkadaşım seçim yaptı. Tahmin ettiğim gibi arkadaşım her iki kutuyu birden açtı. Her iki kutuyu birden açması gerekirdi elbet!

Bu oyunu oynasam, her iki kutuyu birden açarım. Beni tanıyan bir Varlık, her iki kutuyu açacağımla öngörür ve ikinci kutuyu boş bulurum! Gene de sağım solum belli olmaz, son anda yalnızca ikinci kutuyu açmaya karar verebilirim. Ve beş kuruş para kazanamam!

**Kaynakça.** Newcomb’un sorusu üzerine daha geniş bilgi ve tartışma [1,2,3,5,6,10,12,13,17]’de bulunabilir.