

“Son Teorem” Teorem Oldu En Sonunda

Ali Nesin

Yıl 1637 sanılıyor. Vebanın ve savaşın Avrupa’yı kasıp kavurduğu yıllar. Yer Toulouse, Fransa’nın güneyinde, İspanya sınırına yakın bir kent. Fransız hukuk adamı, aynı zamanda amatör matematikçi, amatör olmasına karşın çağının en büyük matematikçisi Pierre de Fermat¹ (1601–1665), okumakta olduğu Diofantos’un² **Aritmetik** adlı yapıtının sayfa kenarına Latince, “*Hanc marginis exiguitas non caperet,*” diye not düşüyor. Yani, “sayfa kenarında kanıt için yeterince yer yok.” İlk kez değil bu. Daha önce de buna benzer notlar düşmüştü aynı kitabın sayfalarına. Bundan sonra da düşecek.

Fermat’nın sözünü ettiği kanıt şu teoremin kanıtı:

Fermat’nın Son Teoremi. *Eğer $n > 2$ bir tamsayıysa, $x^n + y^n = z^n$ denkleminin pozitif tamsayılarda³ çözümü yoktur.*

Bu teoremi Fermat gerçekten kanıtlamış mıdır? Bilinmiyor. Büyük bir olasılıkla hiçbir zaman da bilinmeyecek. Dünyanın en büyük beyinleri üçyüz yılı aşkın bir süredir teoremi kanıtlamaya çalıştılar.

Bu çalışmalar sonucu modern cebir doğdu. Teoremi kanıtlamak için geliştirilen yöntemler ve bulunan kavramlar salt matematikte değil, başka dallarda da uygulama alanı buldular.

En sonunda, geçen hafta (Haziran 1993) teoremin kanıtlandığı duyuruldu. Andrew Wiles adlı bir matematikçi kanıtlamış. Matematik dünyası çalkalandı, şenlendi. Konuşulan tek konu bu oldu. Herkes sevinçliydi. Sanki teoremi bir kişi değil, bütün matematikçiler, hep birlikte kanıtlamışlardı. Öğrencilerimizden çekinmesek horon tepecektik ortalıkta neredeyse. Çalkalanma dar matematik dünyasını aştı. Haber gazetelerin birinci sayfasında yer aldı. Hergün gittiğim kahvenin garsonu bile Fermat’nın teoreminden sözetti. Bana mı öyle geldi bilmiyorum, ama sanki haberin duyulduğu gün bütün insanlar aynı bayramı kutluyorlardı. İlk aya gidildiğinde, ilk kalp nakli yapıldığında da, anımsıyorum, böyle bir hava sezmiştim. İnsanlar, insanlıklarından gurur duyuyorlardı. Başarı, bir iki kişinin başarısı değildi, hep birlikte başarmıştık. Tümümüzün yengisiydi bu. Kimseye karşı değil. Tek kişilik bir yarıştan birinci çıkmıştık.

Gene de kadehleri kaldırmadan önce biraz beklemek gerekiyor. Fermat’nın Son Teoremi’nin kanıtlandığı ilk kez duyurulmuyor. Daha önce birçok ünlü matematikçi teoremi kanıtladıklarını sandırsa da sonradan yanıtladıklarını anladılar. Bunlardan en ünlüleri geçen yüzyılda yaşamış olan Cauchy⁴ (1789-1857), Lamé ve Kummer’dır. Bundan dört beş yıl önce de ünlü bir Japon matematikçisi teoremi kanıtladığını dünyaya duyurmuştu. Bir aya kalmadı kanıtın yanlış olduğu anlaşıldı. Duyduğuma göre, sayı kuramcıları bu kez kanıttan umutlularmış⁵.

Bu teoremle salt profesyonel matematikçiler uğraşmadılar. Amatör ya da profesyonel olsun, bir tek matematikçi bilmem ki yaşamının bir döneminde teoremi kanıtlamaya çalışmış olmasın.

¹ “Pier dö ferma” okunur.

² Diofantos, İS. 3. yüzyılda yaşamış Yunanlı bir matematikçidir.

³ Yani 1, 2, 3, 4 gibi sayılarda.

⁴ “Koşi” diye okunur.

⁵ Bugün, 22 Kasım 1993, kanıtta bir sorun olduğunu duydum. Kanıtı düzeltmek için çalışılıyormuş. Sorunun yanıtlanması için aşağı yukarı bir yıl gerektiği söyleniyor. Şimdilik teoremin tam olarak kanıtlandığını söyleyemeyiz. Konudan anlayan matematikçiler son derece umutlular.

İkinci basıma ek: Kasım 1994’te, Wiles kanıtını öğrencisi Richard Taylor’ın yardımıyla düzeltti.

Profesyonel matematikçiler de sık sık teoremi kanıtladıklarını öne süren amatörlerden mektup alırlar. Kanıtı anlamaya çalışmak, yanlışı bulmak az buz bir iş değildir. Gene de toplumsal görevlerinden biri de bu olduğundan, matematikçiler ellerinden geldiğince yardımcı olmaya çalışırlar.

Fermat'ın Son Teoremi ne işe yarar? Matematikte ya da yaşamda uygulama alanı var mıdır? Bu teorem kanıtlanırsa ne olur, kanıtlanmasa ne olur?

Fermat'ın son teoreminin hiçbir uygulamasını bilmiyorum. Ne matematiğe, ne de günlük yaşama... Yani ne kuramsal olarak, ne de uygulamada Fermat'ın Son Teoremi bir işe yarar. Böyle düşünen salt ben değilim, sayı kuramcısı Norbert Schappacher de böyle yazıyor bir yazısında⁶. Fermat'ın Son Teoremi'ni bu yüzden ilginç bulmayanlar olabilir. Ünlü matematikçi Carl Friedrich Gauss bu matematikçilerden biriydi.

Her ne denli Fermat'ın Son Teoremi'nin önermesi pek ilginç değilse de, teoremin kanıtlanması matematik için bir sınav sayılır. Üstelik, bu teoremin kanıtlanması için geliştirilen yöntemler matematikte çok geniş uygulama alanları bulmuşlardır. Amaç teoremin kendisini kanıtlamaktan çok, matematikçilere bir hedef göstermektir. Nasıl aya gitmenin aya gitmekten de öte bir yararı olmuşsa insanlığa, Fermat'ın Son Teoremi'nin de matematiğe öyle bir katkısı olmuştur.

Fermat'ın yaşadığı çağda herkes matematiksel bir kanıtın nasıl olması gerektiğini bilmiyordu. Örneğin, matematiksel bir önermeyi 0, 1, 2, 3, 4, 5 gibi küçük doğal sayılar için kanıtlayıp, "tümevarımla her doğal sayı için doğrudur" sonucunu çıkaranlar vardı. Ama Fermat matematiksel bir kanıtın nasıl olması gerektiğini biliyordu. Hatta 1657'de Wallis adlı bir matematikçinin buna benzer kötü yöntemlerini eleştirmişti. Yani Fermat'ın, teoremi küçük sayılar için kanıtlayıp, "her sayı için geçerlidir" gibi geçersiz bir çıkarım yapmış olması olası değil⁷.

Pierre de Fermat'ın kanıtlayamadığı teoremleri çekinmeden açıkladığı da biliniyor. Matematikçi Frénicle de Bessy'ye 1640 yılında yazdığı mektup buna güzel bir kanıt (çeviriyi özgürce yapıyorum):

Ama size kesin olarak söyleyeyim ki (çünkü bildiğimden fazlasını kendime mal edemeyeceğim gibi, bilmediğimi de açık açık söylerim) 3, 5, 17, 257, 65537 vb. gibi sayıların bölenleri olmadığını kanıtlayamadım⁸. Bu önermenin doğru olduğundan en ufak bir kuşku yok. Eğer kanıt bulduysanız, bana yollama zahmetinde bulunun; çünkü bundan sonra beni bu konularda hiçbir şey durduramaz.

Fermat'ın yalan söylemediği, doğru ya da doğru olduğunu sandığı bir kanıt bulduğu kesin. Bulduğu kanıt yanlıştır da olabilir. Fermat kusursuz bir insan değildi. Yazışmalarında, ender de olsa, şimdi yanlıştır olduğu bilinen önermeleri kanıtladığını ileri sürdüğü de oldu. Örneğin, 1659 yılında, bir mektubunda, biraz önce (dipnotta) sözünü ettiğim $2^{2^n} + 1$ sayılarının asal olduklarını kanıtladığını ileri sürdü. Oysa bu önerme yanlıştır. Euler, 1732 yılında $2^{2^5} + 1$ 'in, yani

⁶ *Les 350 Ans du "Grand Théorème de Fermat"*, Norbert Schappacher, önyazı ("preprint").

⁷ Kaldı ki, küçük n tamsayıları için bile Fermat'ın teoremini kanıtlamak kolay değildir. Teoremin gücünü kavramak amacıyla, $n = 3$ için kanıtlamaya çalışın. $n = 3$ için bile basit bir kanıtın bulunduğunu sanmıyorum. $n = 4$ için kanıt oldukça kolay. *Fermat Ne Biliyordu? (2)* adlı yazıda kanıtı bulabilirsiniz.

⁸ Bu sayılar sırasıyla $2^1 + 1$, $2^4 + 1$, $2^8 + 1$, $2^{16} + 1$ sayılarına eşittir. $2^{2^n} + 1$ biçiminde yazılan sayıların asal oldukları, yani 1 ve kendilerinden başka bir sayıya bölünemedikleri sanılıyordu. Fermat bu soruyu sormuştur bir önceki mektubunda. Bu tür sayıların asal olmadıkları daha sonra anlaşıldı. **Matematik ve Korku** adlı kitabımdaki *Asal Sayılar* adlı yazıda bu konuda daha fazla bilgi bulabilirsiniz.

4.294.967.297'nin 641'e bölündüğünü⁹, dolayısıyla asal olmadığını gösterdi. Yani, Fernet'nin, Son Teorem için düşündüğü kanıt yanlış olabilir.

Kanıtı uzun zaman bulunamayan önermelere sık sık ödül konulur. Bu ödülleri ünlü matematikçiler koyabilirler. Problemlerle uzun zaman uğraşmışlardır, başarıya ulaşamamışlardır. "Teslim oldum" anlamına ve öbür matematikçileri heveslendirmek amacıyla küçük bir ödül koyarlar. Kimileyin bir bilim akademisi koyar ödülü. O zaman ödül ve ödülün onuru daha büyük olur elbet.

İki kez, 1816 ve 1850 yıllarında, Paris Bilimler Akademisi teoremi kanıtlayana bir altın madalya ve 3000 Fransız Frankı vereceğini duyurdu. 1856 yılında, jüri üyesi olan Cauchy, konu üzerine 11 çalışma aldıklarını, ancak hiçbir çalışmanın teoremi kanıtlayamadığını bildirdi. Gene de çalışmaların konuya katkılarını övüp madalyanın Kummer'e verilmesini ve Akademi'nin ödülü kaldırmasını jüri adına önerdi.

1908 yılında Alman Paul Wolfskelf vasiyetinde Fermat'nın teoremini 13 Eylül 2007 tarihinden önce kanıtlayana 100 bin Alman Markı gibi bir servet bıraktı¹⁰. Matematikçi Paulo Ribenboim, **Fermat'nın Son Teoremi Üzerine 13 Ders** adlı kitabında, Wolfskelf ödülünden sorumlu Dr. F. Schlichting'ten aldığı mektubu yayımladı. Mektubu sunuyorum:

Göttingen, 23 Mart 1974

Sevgili Bayım,

Mektubunuzu yanıtlamakta geciktiğim için lütfen bağışlayın. İlişikte, şimdi 100.000 Mark'ı aşmış olan ödülün kurallarını açıklayan ve ödüle katılmak isteyenlere yolladığımız belgeleri bulacaksınız.

Şimdiye dek kaç kişinin ödüle katıldığı bilinmiyor. İlk yıl (1907–1908) 621 çözüm önerilmiş. Şu anda Fermat'nın problemiyle ilgili elimizde üç metre yüksekliğinde yazışma var. Son on yıllarda soruna şöyle yaklaştık: Akademi'nin sekreterliği yazıları, (1) saçmasapan yazılar, ki bunlar hemen geri gönderiliyor, ve (2) matematiği andıran yazılar olmak üzere ikiye ayırıyor. İkinci kategorideki yazılar matematik bölümüne iletiliyor, matematik bölümü de yazıları okuma, yanlışı bulma ve yazarı yanıtlama işlerini asistanlara bırakıyor – şu anda kurban benim. Her ay iki ya da üç mektup yanıtlamam gerekiyor. Son derece gülünç ve ilginç mektuplar elime geçiyor. Örneğin, biri çözümün yarısını sunuyor, öbür yarısını peşin 1000 Mark yollarsak yollayacağını söylüyor. Bir başkası, kendisine arka çıkarsam, ünlendiğinde, yayınlardan, televizyon ve radyo konuşmalarından elde edeceği kazancın %10'unu sunuyor, ve yardımı reddedersem, çözümünü bir Rus üniversitesine yollayarak bizi onurdan yoksun edeceğini söyleyerek tehdit ediyor. Arada bir de Göttingen'e gelip özel olarak konuşmak isteyenler çıkıyor.

Hemen hemen bütün çözümlerin ilkel bir düzeyde yazılmış olmasına karşın (lise matematiği kavramlarıyla ve belki de sayılar kuramında kötü hazmedilmiş bir iki yazı okunduktan sonra), anlaşılabilirliği çok güç olabiliyor. Toplumsal olarak, ödüle katılanlar genellikle teknik eğitimden geçmiş, ama başaramayıp Fermat'nın teoremini kanıtlayarak birden üne kavuşmak isteyen kişiler. Yazılardan birini gösterdiğim bir doktor, yazarın ağır bir şizofreni olduğunu söyledi. Wolfskelf'in vasiyetlerinden biri de Akademi'nin her yıl önde gelen matematik dergilerinden birinde ödülü duyurmasıydı. Ama daha birinci yıldan sonra dergiler duyuruyu yayımlamayı reddettiler, çünkü dergilere deli mektupları yağıyordu durmadan. Şimdilik, ödülün matematiğe tek katkısı, ödüle konan paradan elde edilen faizin Akademi tarafından kullanılması oldu.

⁹ 4294967297 = 641 × 6700417. Bugün, bilgisayarlarla bu bölmeyi bulmak çok kolaydır. O zaman da pek zor değildi. Biraz sabır yeterliydi.

¹⁰ Andrew Wiles 1997 yılında bu ödülü aldı.

Örneğin, 1910'lu yıllarda bu parayla Göttingen Üniversitesi'nin matematik bölümü başkanları (Klein, Hilbert, Minkowski) Poincaré'yi Göttingen'e çağırıp altı konuşma verdirdiler. 1948'den beri paraya dokunulmadı ama.

Umarım bu bilgiler işinize yarar. Başka sorularınız varsa ve yanıtlayabilirsem sevinirim. Saygılarımla, F. Schlichting